

CAPÍTULO 1

Introdução à Dinâmica

VISÃO GERAL DO CAPÍTULO

- 1/1 História e Aplicações Modernas
- 1/2 Conceitos Básicos
- 1/3 Leis de Newton
- 1/4 Unidades
- 1/5 Gravitação
- 1/6 Dimensões
- 1/7 Solução de Problemas em Dinâmica
- 1/8 Revisão do Capítulo

1/1 História e Aplicações Modernas

A Dinâmica é aquele ramo da Mecânica que trata do movimento dos corpos sob a ação de forças. O estudo da Dinâmica na Engenharia geralmente segue o estudo da Estática, que trata dos efeitos das forças sobre os corpos estacionários. A Dinâmica tem duas partes distintas: a *cinemática*, que é o estudo do movimento sem referência às forças que causam o movimento, e a *cinética*, que relaciona a ação das forças sobre os corpos aos seus movimentos resultantes. Uma compreensão aprofundada da Dinâmica fornecerá uma das ferramentas mais úteis e poderosas para análise em engenharia.

História da Dinâmica

A Dinâmica é um assunto relativamente recente comparado à Estática. O início de uma compreensão racional da Dinâmica é atribuído a Galileu (1564-1642), que fez observações cuidadosas sobre corpos em queda livre, movimento em um plano inclinado e movimento pendular. Ele foi o grande responsável por trazer uma abordagem científica para a investigação de problemas físicos. Galileu estava continuamente sob severas críticas por se recusar



NASA

A Estação Espacial Internacional Canadarm2 agarra o Veículo de Transferência Kounotori2 H-II quando ele se aproxima da estação em 2011.

a aceitar as crenças consolidadas de sua época, tais como as filosofias de Aristóteles que sustentavam, por exemplo, que corpos pesados caem mais rapidamente do que corpos leves. A falta de meios precisos para a medição do tempo foi uma grande desvantagem para Galileu, e outros desenvolvimentos na Dinâmica aguardavam a invenção do relógio de pêndulo por Huygens em 1657.



© Fine Art Images/SuperStock

Galileu Galilei

Retrato de Galileu Galilei (1564-1642) (óleo sobre tela), Sustermans, Justus (1597-1681) (escola de) / Galleria Palatina, Florença, Itália/ Bridgeman Art Library.

Newton (1642-1727), guiado pelo trabalho de Galileu, foi capaz de fazer uma formulação precisa das leis do movimento e, portanto, de colocar a Dinâmica sobre uma base sólida. A famosa obra de Newton foi publicada na primeira edição de seu *Principia*,* que é geralmente reconhecida como uma das maiores entre todas as contribuições registradas para o conhecimento. Além de declarar as leis que regem o movimento de uma partícula, Newton foi o primeiro a formular corretamente a lei da gravitação universal. Embora sua descrição matemática fosse precisa, ele sentiu que o conceito de transmissão remota de força gravitacional sem o auxílio de um meio era uma noção absurda. Após a época de Newton, contribuições importantes para a mecânica foram feitas por Euler, D'Alembert, Lagrange, Laplace, Poinsot, Coriolis, Einstein e outros.

Aplicações da Dinâmica

Desde que máquinas e estruturas passaram a operar com altas velocidades e acelerações consideráveis, tornou-se necessário fazer cálculos baseados nos princípios da Dinâmica em vez dos da Estática. O rápido desenvolvimento tecnológico da atualidade exige uma aplicação crescente dos princípios da Mecânica, particularmente da Dinâmica. Esses princípios são básicos para a análise e projeto de estruturas em movimento, para estruturas estáticas sujeitas a cargas de impacto, para dispositivos robóticos, para sistemas de controle automático, para foguetes, mísseis e espaçonaves, para veículos de transporte terrestre e aéreo, para balística de elétrons em dispositivos elétricos, e para máquinas de todos os tipos, como turbinas, bombas, motores alternativos, guinchos, máquinas-ferramentas etc.

Os estudantes com interesses em uma ou mais destas e muitas outras atividades precisarão aplicar constantemente os princípios fundamentais da Dinâmica.

WENN Ltd./Alamy Stock Photo



Mão artificial

1/2

Conceitos Básicos

Os conceitos básicos de mecânica foram apresentados na Seção 1/2 do *Vol. 1 Estática*. Eles são resumidos a seguir junto com comentários adicionais de especial relevância para o estudo da Dinâmica.

* As fórmulas originais de Sir Isaac Newton podem ser encontradas na tradução de seu *Principia* (1687), revisado por F. Cajori, University of California Press, 1934.

Espaço é a região geométrica ocupada pelos corpos. A posição no espaço é determinada em relação a algum sistema de referência geométrico por meio de medidas lineares e angulares. O quadro básico de referência para as leis da mecânica newtoniana é o *sistema inercial primário* ou *quadro astronômico de referência*, que é um conjunto imaginário de eixos retangulares que se supõe não ter translação ou rotação no espaço. As medidas mostram que as leis da mecânica newtoniana são válidas para esse sistema de referência desde que todas as velocidades envolvidas sejam desprezíveis em relação à velocidade da luz, que é de 300.000 km/s ou 186.000 mi/s. As medições feitas com respeito a esta referência são ditas absolutas, e esse sistema de referência pode ser considerado “fixo” no espaço.

Um sistema de referência preso à superfície da Terra tem um movimento um tanto complicado no sistema primário, e uma correção para as equações básicas da mecânica deve ser aplicada para as medições feitas em relação ao referencial da Terra. No cálculo das trajetórias de foguete e de voo espacial, por exemplo, o movimento absoluto da Terra passa a ser um parâmetro importante. Na maioria dos problemas de engenharia envolvendo máquinas e estruturas que permanecem na superfície da Terra, as correções são extremamente pequenas e podem ser desprezadas. Nesses problemas as leis da Mecânica podem ser aplicadas diretamente com medidas feitas em relação à Terra, e em um sentido prático essas medidas serão consideradas *absolutas*.

Tempo é uma medida da sucessão de eventos e é considerado uma quantidade absoluta na mecânica newtoniana.

Massa é a medida quantitativa da inércia ou resistência à mudança de um corpo. A massa também pode ser considerada como a quantidade de matéria em um corpo, bem como a propriedade que dá origem à atração gravitacional.

Força é a ação vetorial de um corpo sobre outro. As propriedades das forças foram cuidadosamente tratadas no *Vol. 1 Estática*.

Uma *partícula* é um corpo de dimensões negligenciáveis. Quando as dimensões de um corpo são irrelevantes para a descrição de seu movimento ou da ação de forças sobre ele, o corpo pode ser tratado como uma partícula. Um avião, por exemplo, pode ser tratado como uma partícula para a descrição de sua trajetória de voo.

Um *corpo rígido* é um corpo cujas mudanças de forma são insignificantes em comparação com as dimensões gerais do corpo ou com as mudanças na posição do corpo como um todo. Como exemplo da hipótese de rigidez, o pequeno movimento de flexão da ponta da asa de um avião voando através de ar turbulento não tem claramente nenhuma consequência na descrição do movimento do avião como um todo ao longo de sua trajetória de voo. Para esse propósito, então, o tratamento do avião como um corpo rígido é uma aproximação aceitável. Por outro lado, se precisarmos examinar as tensões internas na estrutura da asa devidas à mudança das cargas dinâmicas, então as características de deformação da estrutura teriam que ser examinadas, e para esse propósito o avião não poderia mais ser considerado um corpo rígido.

Vetor e escalar são quantidades que foram amplamente tratadas no *Vol. 1 Estática*, e sua diferença já deve

estar perfeitamente clara. As quantidades escalares são impressas em tipo itálico de face clara, e os vetores são apresentados em negrito. Assim, V denota a intensidade escalar do vetor \mathbf{V} . É importante que utilizemos uma marca de identificação, como um sublinhado \underline{V} , para que todos os vetores escritos à mão tomem o lugar da designação em negrito na impressão. Para dois vetores não paralelos lembramos, por exemplo, que $\mathbf{V}_1 + \mathbf{V}_2$ e $V_1 + V_2$ têm dois significados totalmente diferentes.

Presumimos que você esteja familiarizado com a geometria e a álgebra dos vetores através do estudo prévio da Estática e da Matemática. Os estudantes que precisarem rever esses tópicos encontrarão um breve resumo deles no Apêndice C junto com outras relações matemáticas que encontram uso frequente na Mecânica. A experiência tem mostrado que a geometria da Mecânica é frequentemente uma fonte de dificuldades para os alunos. A Mecânica, por sua própria natureza, é geométrica, e os estudantes devem ter isso em mente quando revisarem sua matemática. Além da álgebra vetorial, a Dinâmica requer o uso do cálculo vetorial, e os elementos essenciais desse tema serão desenvolvidos no texto à medida que forem necessários.

A Dinâmica envolve o uso frequente de derivadas no tempo, tanto de vetores como de escalares. Como uma notação abreviada, um ponto sobre um símbolo será frequentemente usado para indicar uma derivada em relação ao tempo. Assim, \dot{x} significa dx/dt e \ddot{x} significa d^2x/dt^2 .

1/3

Leis de Newton

As três leis do movimento de Newton, apresentadas na Seção 1/4 do *Vol. 1 Estática*, são reapresentadas aqui devido ao seu significado especial para a Dinâmica. Na terminologia moderna, elas são:

Lei I. Uma partícula permanece estacionária ou continua a se mover com velocidade uniforme (em linha reta com uma velocidade constante) se não houver forças fora do equilíbrio agindo sobre ela.

Lei II. A aceleração de uma partícula é proporcional à força resultante que atua sobre ela e tem a mesma direção e sentido desta força.*

*Para alguns é preferível interpretar a segunda lei de Newton com o significado de que a força resultante que atua sobre uma partícula é proporcional à taxa de variação no tempo da quantidade de movimento da partícula e que esta variação se dá na direção e sentido da força. Ambas as formulações são igualmente corretas quando aplicadas a uma partícula de massa constante.

Lei III. As forças de ação e reação entre os corpos em interação são iguais em módulo, opostas no sentido, e colineares.

Estas leis foram verificadas por incontáveis medições físicas. As duas primeiras leis são válidas para medições feitas em um sistema de referência absoluto, mas estão sujeitas a alguma correção quando o movimento é medido em relação a um sistema de referência com aceleração, tal como um fixado à superfície da Terra.

A segunda lei de Newton constitui a base para a maior parte da análise em Dinâmica. Para uma partícula de massa m sujeita a uma força resultante \mathbf{F} , a lei pode ser apresentada como

$$\mathbf{F} = m\mathbf{a} \quad (1/1)$$

em que \mathbf{a} é a aceleração resultante medida em um referencial não acelerado. A primeira lei de Newton é uma consequência da segunda lei, pois não há aceleração quando a força é zero, e assim a partícula ou está em repouso ou está se movendo com velocidade constante. A terceira lei constitui o princípio de ação e reação com o qual você deve estar completamente familiarizado com o seu trabalho em Estática.

1/4

Unidades

O Sistema Internacional de unidades métricas (SI) é definido e utilizado no *Vol. 2 Dinâmica*. Em certas áreas introdutórias, as unidades americanas são mencionadas para fins de comparação e completude. A conversão numérica de um sistema para o outro será frequentemente necessária na prática de engenharia ainda por alguns anos. Para se familiarizar com cada sistema, é necessário pensar diretamente nesse sistema. A familiaridade com o novo sistema não pode ser obtida simplesmente através da conversão dos resultados numéricos do sistema antigo.

As tabelas que definem as unidades SI e dão conversões numéricas entre as unidades usuais do sistema americano e as unidades SI estão incluídas na Tabela D5 do Anexo D.

As quatro grandezas fundamentais da mecânica, e suas unidades e símbolos para os dois sistemas, estão resumidas na tabela a seguir:

Grandeza	Símbolo Dimensional	Unidades SI		Unidades usuais do sistema americano			
		Unidade	Símbolo	Unidade	Símbolo		
Massa	M	Unidades de base	quilograma	kg	slug	—	
Comprimento	L		metro	m	Unidades de base	pé	ft
Tempo	T		segundo	s		segundo	sec
Força	F		newton	N	libra	lb	



Omikron/Photo Researchers, Inc.

O quilograma-padrão americano no National Bureau of Standards.

Como mostrado na tabela, no SI as unidades de massa, comprimento e tempo são tomadas como unidades de base, e as unidades de força são derivadas da segunda lei de Newton, Eq. 1/1. No sistema usual americano, as unidades de força, comprimento e tempo são unidades de base e as unidades de massa são derivadas da segunda lei de movimento.

O sistema SI é chamado de sistema *absoluto* porque o padrão para a unidade de base quilograma (um cilindro de platina-irídio mantido no International Bureau of Standards perto de Paris, França) é independente da atração gravitacional da Terra. Por outro lado, o sistema usual nos EUA é denominado sistema *gravitacional* porque o padrão para a unidade de base libra (o peso de uma massa-padrão localizada ao nível do mar e a uma latitude de 45°) requer a presença do campo gravitacional da Terra. Esta distinção é fundamental entre os dois sistemas de unidades.

Em unidades SI, por definição, um newton é a força que dará a um quilograma de massa uma aceleração de um metro por segundo ao quadrado. No sistema americano usual, uma massa de 32,1740 libras (1 slug) terá uma aceleração de um pé por segundo ao quadrado, quando submetida a uma força de uma libra. Assim, para cada sistema temos a partir de Eq. 1/1

Unidades SI	Unidades usuais do sistema americano
(1 N) = (1 kg)(1 m/s ²)	(1 lb) = (1 slug)(1 pés/s ²)
N = kg · m/s ²	slug = lb · s ² /pés

Em unidades SI, o quilograma deve ser utilizado *exclusivamente* como uma unidade de massa e *nunca* de força. Infelizmente, no sistema gravitacional MKS (metro, quilograma, segundo), que tem sido usado em alguns países há muitos anos, o quilograma tem sido comumente utilizado tanto como unidade de força quanto como unidade de massa.

Nas unidades usuais americanas, a libra infelizmente é utilizada tanto como unidade de força (lbf) quanto como unidade de massa (lbm). O uso da unidade lbm é

especialmente predominante na especificação das propriedades térmicas de líquidos e gases. A lbm é a quantidade de massa que pesa 1 lbf sob condições-padrão (a uma latitude de 45° e ao nível do mar). A fim de evitar a confusão que seria causada pelo uso de duas unidades para massa (slug e lbm), neste livro-texto usaremos quase exclusivamente a unidade slug para massa. Essa prática torna a Dinâmica muito mais simples do que se a lbm fosse utilizada. Além disso, essa abordagem nos permite usar o símbolo lbf para significar sempre a libra-força.

Grandezas adicionais usadas na mecânica e suas unidades de base equivalentes serão definidas conforme forem introduzidas nos capítulos que se seguem. Entretanto, para facilidade de referência, essas quantidades estão listadas em um lugar na Tabela D/5 do Apêndice D.

Organizações profissionais estabeleceram diretrizes detalhadas para o uso consistente de unidades SI, e estas diretrizes foram seguidas ao longo deste livro. As essenciais estão resumidas na Tabela D/5 do Apêndice D, e você deve observar estas regras cuidadosamente.

1/5 Gravitação

A lei da gravitação de Newton, que rege a atração mútua entre corpos, é

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2} \quad (1/2)$$

em que F = a força mútua de *atração* entre duas partículas

G = uma constante universal chamada *constante de gravitação*

m_1, m_2 = as massas das duas partículas

r = a distância entre os centros das partículas

O valor da constante gravitacional obtida dos dados experimentais é $G = 6,673(10^{-11}) \text{ m}^3/(\text{kg} \cdot \text{s}^2)$. Exceto para algumas aplicações espaciais, a única força gravitacional de grandeza apreciável na engenharia é a força devida à atração da Terra. Foi apresentado no *Vol. 1 Estática*, por exemplo, que cada uma de duas esferas de ferro de 100 mm de diâmetro é atraída pela Terra com uma força gravitacional de 37,1 N, que é chamada de seu *peso*, mas a força de atração mútua entre elas se estiverem apenas se tocando é de apenas 0,0000000951 N.

Como a atração gravitacional ou peso de um corpo é uma força, ela deve ser sempre expressa em unidades de força, newtons (N) em unidades SI e libra-força (lbf) em Unidades usuais americanas. Para evitar confusão, a palavra “peso” neste livro será restrita para significar a força de atração gravitacional.

Efeito da Altitude

A força de atração gravitacional da Terra sobre um corpo depende da posição do corpo em relação à Terra. Se a

Terra fosse uma esfera homogênea perfeita, um corpo com uma massa de exatamente 1 kg seria atraído para a Terra por uma força de 9,825 N na superfície da Terra, 9,822 N a uma altitude de 1 km, 9,523 N a uma altitude de 100 km, 7,340 N a uma altitude de 1000 km, e 2,456 N a uma altitude igual ao raio médio da Terra, 6371 km. Assim, a variação na atração gravitacional de foguetes e naves espaciais de altitude elevada torna-se uma consideração importante.

Cada objeto que cair em um vácuo a uma determinada altura perto da superfície da Terra terá a mesma aceleração g , independentemente de sua massa. Este resultado pode ser obtido combinando as Eqs. 1/1 e 1/2 e cancelando o termo que representa a massa do objeto que cai. Esta combinação dá

$$g = \frac{Gm_T}{R^2}$$

em que m_T é a massa da Terra e R é o raio da Terra.* A massa m_T e o raio médio R da Terra foram encontrados através de medições experimentais como sendo de $5,976(10^{24})$ kg e $6,371(10^6)$ m, respectivamente. Esses valores, juntamente com o valor de G já citado, quando substituídos na expressão para g , dão um valor médio de $g = 9,825 \text{ m/s}^2$.

A variação de g com altitude é facilmente determinada a partir da lei gravitacional. Se g_0 representa a aceleração absoluta devido à gravidade ao nível do mar, o valor absoluto a uma altitude h é

$$g = g_0 \frac{R^2}{(R + h)^2}$$

em que R é o raio da Terra.

* É possível provar que a Terra, quando encarada como uma esfera com uma distribuição simétrica de massa em torno do seu centro, pode ser considerada uma partícula com toda sua massa concentrada em seu centro.

Efeito da Rotação da Terra

A aceleração devida à gravidade, determinada pela lei gravitacional, é a aceleração que seria medida a partir de um conjunto de eixos cuja origem está no centro da Terra, mas que não gira com a Terra. Com respeito a esses eixos "fixos", então, esse valor pode ser chamado valor *absoluto* de g . Como a Terra gira, a aceleração de um corpo em queda livre, medida a partir de uma posição fixada à superfície da Terra, é ligeiramente menor que o valor absoluto.

Valores precisos da aceleração gravitacional medida em relação à superfície da Terra são responsáveis pelo fato de que a Terra é um esferoide oblato girando com achatamento nos polos. Esses valores podem ser calculados com um alto grau de precisão a partir da Fórmula Internacional de Gravidade de 1980, que é

$$g = 9,780\,327(1 + 0,005\,279 \sin^2 \gamma + 0,000\,023 \sin^4 \gamma + \dots)$$

em que γ é a latitude e g é expressa em metros por segundo ao quadrado. A fórmula é baseada em um modelo elipsoidal da Terra e também é responsável pelo efeito da rotação da Terra.

A aceleração absoluta devida à gravidade, determinada para a Terra sem estar girando, pode ser calculada a partir dos valores relativos para com uma boa aproximação, adicionando $3,382(10^{-2}) \cos^2 \gamma \text{ m/s}^2$, o que elimina o efeito da rotação da Terra. A variação tanto dos valores absolutos quanto dos relativos de g com latitude é mostrada na Fig. 1/1 para condições ao nível do mar.*

Valor-padrão de g

O valor-padrão adotado internacionalmente para a aceleração gravitacional em relação à Terra em rotação no nível do mar e a uma latitude de 45° é $9,806\,65 \text{ m/s}^2$ ou

* Você poderá obter estas relações para uma terra esférica depois de estudar o movimento relativo no Capítulo 3.

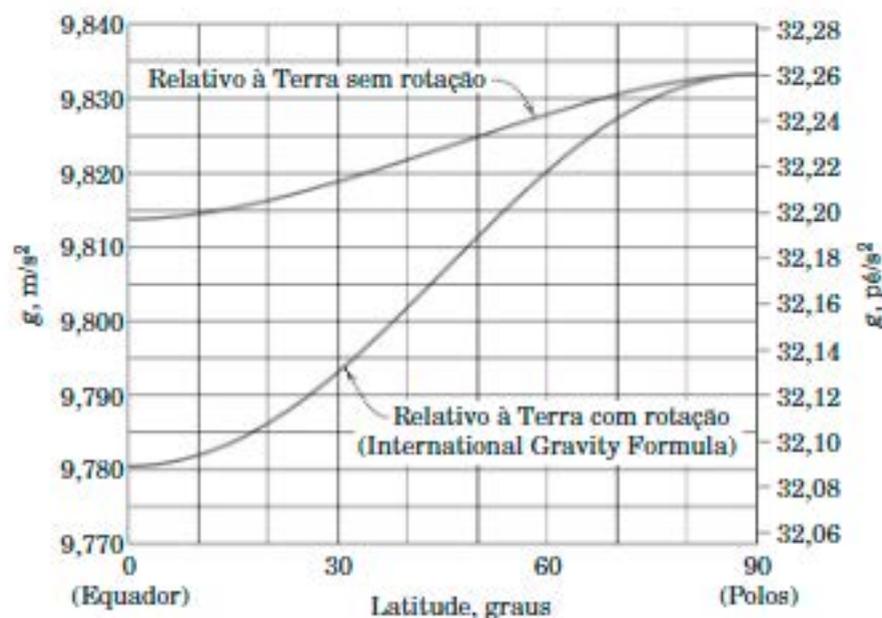


FIGURA 1/1

32,1740 pés². Esse valor difere muito pouco do que é obtido pela avaliação da Fórmula de Internacional da Gravidade para $\gamma = 45^\circ$. A razão para a pequena diferença é que a Terra não é exatamente elipsoidal, como se supõe no desenvolvimento da Fórmula Internacional da Gravidade.

A proximidade de grandes massas de terra e as variações na densidade da crosta terrestre também influenciam o valor local de g por uma quantidade pequena, mas detectável. Em quase todas as aplicações de engenharia perto da superfície da Terra, podemos desprezar a diferença entre os valores absolutos e relativos da aceleração gravitacional, e o efeito das variações locais. Os valores de 9,81 m/s² em unidades SI e 32,2 pés² em unidades usuais americanas são utilizados para o valor de g no nível do mar.

Peso Aparente

A atração gravitacional da Terra sobre um corpo de massa m pode ser calculada a partir dos resultados de uma simples experiência gravitacional. O corpo pode cair livremente em um vácuo, e sua aceleração absoluta é medida. Se a força gravitacional de atração ou o verdadeiro peso do corpo é W , então, porque o corpo cai com uma aceleração absoluta g , a Eq. 1/1 fornece

$$W = mg \quad (1/3)$$

O *peso aparente* de um corpo como o determinado por uma balança de molas, calibrada para ler a força correta e fixada à superfície da Terra, será ligeiramente inferior ao seu peso verdadeiro. A diferença é devida à rotação da Terra. A relação entre o peso aparente e a aceleração aparente ou relativa devida à gravidade leva ainda ao valor correto da massa. O peso aparente e a aceleração relativa devidos à gravidade são, naturalmente, as quantidades medidas em experimentos realizados na superfície da Terra.

1/6 Dimensões

Uma determinada dimensão, como o comprimento, pode ser expressa em várias unidades diferentes, como metros, milímetros ou quilômetros. Portanto, uma *dimensão* é diferente de uma *unidade*. O *princípio da homogeneidade dimensional* estabelece que todas as relações físicas devem ser homogêneas em termos dimensionais, ou seja, as dimensões de todos os termos em uma equação devem ser as mesmas. É costume usar os símbolos L , M , T e F para representar comprimento, massa, tempo e força, respectivamente. Em unidades SI a força é uma quantidade derivada e a partir de Eq. 1/1 tem as dimensões de massa vezes aceleração ou

$$F = ML/T^2$$

Um uso importante do princípio da homogeneidade dimensional é verificar a exatidão dimensional de alguma relação física derivada. Podemos derivar a seguinte

expressão para a velocidade v de um corpo de massa m que é movido do repouso uma distância horizontal x por uma força F :

$$Fx = \frac{1}{2}mv^2$$

em que $\frac{1}{2}$ é um coeficiente adimensional resultante da integração. Esta equação é correta em termos dimensionais porque a substituição de L , M , e T fornece

$$[MLT^{-2}][L] = [M][LT^{-1}]^2$$

A homogeneidade dimensional é uma condição necessária para a exatidão de uma relação física, mas não é suficiente, pois é possível construir uma equação que seja correta em termos dimensionais, mas que não represente uma relação correta. Deve-se fazer uma verificação dimensional da resposta a cada problema cuja solução seja feita de forma simbólica.

1/7 Solução de Problemas em Dinâmica

O estudo da Dinâmica diz respeito à compreensão e descrição dos movimentos dos corpos. Esta descrição, que é em grande parte matemática, permite fazer previsões do comportamento dinâmico. Um processo de raciocínio duplo é necessário na formulação desta descrição. É necessário pensar tanto em termos da situação física quanto da descrição matemática correspondente. Esta transição repetida do pensamento entre o físico e o matemático é necessária na análise de cada problema.

Uma das maiores dificuldades encontradas pelos estudantes é a incapacidade de fazer esta transição livremente. Você deve reconhecer que a formulação matemática de um problema físico representa uma descrição ou modelo ideal e restritivo que se aproxima, mas nunca coincide com a situação física real.

Na Seção 1/8 do *Vol. 1 Estática*, discutimos extensivamente a abordagem para resolver problemas em estática. Supomos, portanto, que você está familiarizado com esta abordagem, que resumiremos aqui enquanto aplicada à Dinâmica.

Aproximação em Modelos Matemáticos

A construção de um modelo matemático idealizado para um determinado problema de engenharia exige sempre que sejam feitas aproximações. Algumas dessas aproximações podem ser matemáticas, enquanto outras serão físicas. Por exemplo, muitas vezes é necessário desprezar pequenas distâncias, ângulos ou forças em comparação com grandes distâncias, ângulos ou forças. Se a mudança na velocidade de um corpo com o tempo for quase uniforme, então uma soma de aceleração constante pode ser justificada. Um intervalo de movimento que não pode ser facilmente descrito em sua totalidade é frequentemente

dividido em pequenos incrementos, cada um dos quais podendo ser aproximado.

Como outro exemplo, o efeito retardador do atrito sobre o movimento de uma máquina pode muitas vezes ser negligenciado se as forças de atrito forem pequenas em comparação com as outras forças aplicadas. Entretanto, essas mesmas forças de atrito não podem ser desprezadas se o objetivo da investigação for determinar a diminuição da eficiência da máquina devido ao processo de atrito. Assim, o tipo de suposições que você faz depende de quais informações são desejadas e da precisão necessária.

Você deve estar constantemente alerta para as várias suposições exigidas na formulação de problemas reais. A capacidade de compreender e fazer uso das suposições adequadas ao formular e resolver problemas de engenharia é certamente uma das características mais importantes de um engenheiro bem-sucedido.

Aliado ao desenvolvimento dos princípios e ferramentas analíticas necessárias para a Dinâmica moderna, um dos principais objetivos deste livro é promover muitas oportunidades para desenvolver a capacidade de formular bons modelos matemáticos. Uma forte ênfase é dada a uma ampla gama de problemas práticos que não apenas exigem que você aplique a teoria, mas também forcem você a fazer suposições relevantes.

Aplicação dos Princípios Básicos

O assunto da Dinâmica é baseado em uma quantidade surpreendentemente pequena de conceitos e princípios fundamentais que, contudo, podem ser estendidos e aplicados a uma ampla gama de condições. O estudo da Dinâmica é valioso em parte porque proporciona experiência no raciocínio a partir dos fundamentos. Esta experiência não pode ser obtida apenas pela memorização das

equações cinemáticas e dinâmicas que descrevem vários movimentos. Ela deve ser obtida pela exposição a uma grande variedade de situações-problema que requerem a escolha, uso e extensão de princípios básicos para atender as condições dadas.

Ao descrever as relações entre as forças e os movimentos que elas produzem, é essencial definir claramente o sistema ao qual um princípio deve ser aplicado. Em alguns momentos, uma única partícula ou um corpo rígido é o sistema a ser isolado, enquanto em outros momentos dois ou mais corpos tomados em conjunto constituem o sistema.

A definição do sistema a ser analisado é esclarecida através da construção de seu *diagrama de corpo livre*. Esse diagrama consiste em um contorno fechado da fronteira externa do sistema. Todos os corpos que entram em contato e exercem forças sobre o sistema, mas que não fazem parte dele, são removidos e substituídos por vetores que representam as forças que estes exercem sobre o sistema isolado. Dessa forma, fazemos uma clara distinção entre a ação e a reação de cada força, e todas as forças sobre e externas ao sistema são contabilizadas. Presumimos que você esteja familiarizado com a técnica de desenhar diagramas de corpo livre a partir de seu estudo anterior em estática.

Soluções Numéricas versus Soluções Literais

Ao aplicar as leis da Dinâmica, podemos usar valores numéricos das quantidades envolvidas, ou podemos usar símbolos algébricos e deixar a resposta como uma fórmula literal. Quando usamos valores numéricos, as grandezas de todas as quantidades expressas em suas unidades particulares ficam evidentes em cada etapa do cálculo. Esta abordagem é útil quando precisamos conhecer a grandeza de cada termo.

Conceitos-Chave Método de Ataque

Um método de abordagem eficaz é essencial na solução de problemas de dinâmica, assim como para todos os problemas de engenharia. O desenvolvimento de bons hábitos na formulação de problemas e na representação de suas soluções será um bem inestimável. Cada solução deve proceder com uma sequência lógica de passos, desde a hipótese até a conclusão. A seguinte sequência de passos é útil na construção de soluções para os problemas.

1. Formule o problema:

- (a) Especifique os dados fornecidos.
- (b) Especifique o resultado desejado.
- (c) Especifique suas hipóteses e aproximações.

2. Desenvolva a solução:

- (a) Desenhe os diagramas necessários, e inclua os sistemas de coordenadas que são apropriados para o problema em questão.
- (b) Especifique os princípios que devem ser aplicados à sua solução.

- (c) Faça seus cálculos.
- (d) Certifique-se de que seus cálculos sejam consistentes com a precisão justificada pelos dados.
- (e) Certifique-se de que você utilizou unidades consistentes ao longo de seus cálculos.
- (f) Certifique-se de que suas respostas sejam razoáveis em termos de módulos, direções, senso comum etc.
- (g) Tire conclusões.

A disposição de seu trabalho deve ser limpa e ordenada. Isso ajudará seu processo de pensamento e permitirá que outros entendam seu trabalho. A disciplina de fazer um trabalho ordenado o ajudará a desenvolver habilidade na formulação e análise de problemas. Os problemas que parecem complicados a princípio muitas vezes se tornam claros quando você os aborda com lógica e disciplina.

A solução literal, entretanto, tem várias vantagens em relação à solução numérica:

1. O uso de símbolos ajuda a direcionar a atenção na conexão entre a situação física e sua descrição matemática relacionada.
2. Uma solução literal permite fazer uma verificação dimensional em cada passo, enquanto a homogeneidade dimensional não pode ser verificada, quando utilizamos apenas valores numéricos.
3. Podemos usar uma solução literal repetidamente para obter respostas para o mesmo problema com unidades diferentes ou valores numéricos diferentes.

Assim, a facilidade com ambas as formas de solução é essencial, e você deve praticar cada uma delas ao tentar solucionar o problema.

No caso de soluções numéricas, repetimos do *Vol. 1 Estática* nossa convenção para a exibição dos resultados. Todos os dados fornecidos são considerados exatos, e os resultados são exibidos genericamente com três algarismos significativos, a menos que o dígito principal seja um, caso em que quatro algarismos significativos são exibidos. Uma exceção a essa regra ocorre na área de mecânica orbital, em que as respostas geralmente recebem um número significativo adicional devido à necessidade de maior precisão nessa disciplina.

Métodos de Solução

As soluções para as várias equações da Dinâmica podem ser obtidas em uma de três maneiras.

1. Obter uma solução analítica direta através de cálculo manual, utilizando tanto símbolos algébricos como valores numéricos. Podemos resolver a grande maioria dos problemas dessa forma.
2. Obter soluções gráficas para certos problemas, como a determinação de velocidades e acelerações de corpos rígidos em movimento relativo bidimensional.
3. Solucionar o problema por computador. Uma série de problemas no *Vol. 2 Dinâmica* é assinalada como Problemas para Resolução com Auxílio de Computador. Eles aparecem no final dos conjuntos de Problemas de Revisão e foram selecionados para ilustrar o tipo de problema para o qual a solução por computador oferece uma vantagem distinta.

A escolha do método de solução mais conveniente é um aspecto importante da experiência a ser adquirida a partir dos problemas propostos. Enfatizamos, entretanto, que a experiência mais importante na aprendizagem da mecânica está na formulação de problemas, que se distingue da solução deles em si.

1/8 Revisão do Capítulo

Este capítulo introduziu os conceitos, definições e unidades utilizadas na Dinâmica e forneceu uma visão geral da abordagem utilizada para formular e resolver problemas em dinâmica. Agora que você terminou este capítulo, você deve ser capaz de fazer o seguinte:

1. Enunciar as leis do movimento de Newton.
2. Realizar cálculos usando unidades SI e unidades usuais americanas.
3. Expressar a lei da gravitação e calcular o peso de um objeto.
4. Discutir os efeitos da altitude e da rotação da Terra sobre a aceleração devida à gravidade.
5. Aplicar o princípio da homogeneidade dimensional a uma determinada relação física.

6. Descrever a metodologia utilizada para formular e resolver problemas de dinâmica.



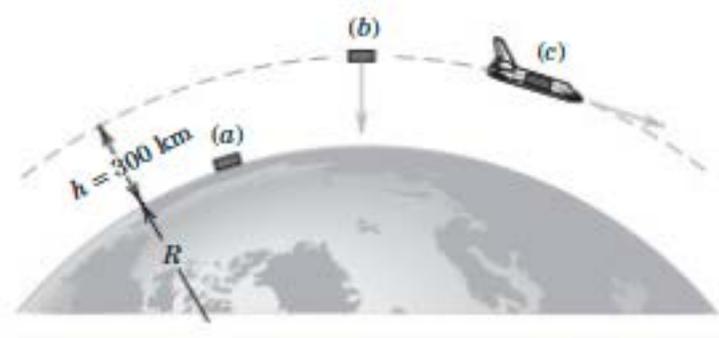
Fasttailwind/Shutterstock

Logo após a decolagem, há uma multidão de eventos dinâmicos críticos ocorrendo para este jato.

EXEMPLO DE PROBLEMA 1/1

O módulo de carga útil de um ônibus espacial tem uma massa de 50 kg e repousa sobre a superfície da Terra a uma latitude de 45° norte.

- (a) Determine o peso do módulo sobre a superfície da Terra, tanto em newtons como em libras-força, e sua massa em slugs.
- (b) Agora suponha que o módulo seja levado a uma altitude de 300 quilômetros acima da superfície da Terra e ali liberado sem velocidade em relação ao centro da Terra. Determine seu peso sob essas condições, tanto em newtons como em libras-força.



EXEMPLO DE PROBLEMA 1/1 (continuação)

(c) Finalmente, suponha que o módulo seja fixado dentro do compartimento de carga de um ônibus espacial. O ônibus está em uma órbita circular a uma altitude de 300 quilômetros acima da superfície da Terra. Determine o peso do módulo, tanto em newtons como em libras, sob estas condições.

Para o valor da aceleração da gravidade no nível de superfície em relação à Terra girando, use $g = 9,80665 \text{ m/s}^2$ (32,1740 pés/s²). Para o valor absoluto relativo à Terra sem girar, use $g = 9,825 \text{ m/s}^2$ (32,234 pés/s²). Arredonde todas as respostas usando as regras deste livro-texto.

Solução. (a) A partir do relacionamento 1/3, temos:

$$[W = mg] \quad W = (50 \text{ kg})(9,80665 \text{ m/s}^2) = 490 \text{ N} \quad \textcircled{1} \quad \text{Resp.}$$

Aqui utilizamos a aceleração da gravidade em relação à Terra em rotação, porque essa é a condição do módulo na parte (a). Repare que estamos utilizando mais algarismos significativos na aceleração da gravidade do que normalmente será exigido neste livro-texto (9,81 m/s² e 32,2 ft/s² normalmente será suficiente).

Na tabela de fatores de conversão que consta na Tabela D/5 do Apêndice D, vemos que 4,4482 newtons é igual a 1 libra-força. Assim, o peso do módulo em libras é:

$$W = 490 \text{ N} \left[\frac{1 \text{ lb}}{4,4482 \text{ N}} \right] = 110,2 \text{ lb} \quad \textcircled{2} \quad \text{Resp.}$$

Finalmente, sua massa em slugs é:

$$[W = mg] \quad m = \frac{W}{g} = \frac{110,2 \text{ lb}}{32,1740 \text{ ft/s}^2} = 3,43 \text{ slugs} \quad \textcircled{3} \quad \text{Resp.}$$

Como outro caminho para o último resultado, podemos converter a massa de quilogramas para slugs. Novamente usando a Tabela D/5, temos:

$$m = 50 \text{ kg} \left[\frac{1 \text{ slug}}{14,594 \text{ kg}} \right] = 3,43 \text{ slugs}$$

Lembramos que 1 lbm é a quantidade de massa que sob condições-padrão tem um peso de 1 lbf. Raramente nos referimos à unidade de massa no sistema americano lbm nesta série de livros-texto, mas preferimos usar o slug para massa. O uso exclusivo do slug, ao invés do uso desnecessário de duas unidades para massa, demonstrará ser eficaz e simples em unidades no sistema americano.

(b) Começamos calculando a aceleração absoluta da gravidade (em relação à terra sem estar girando) a uma altitude de 300 quilômetros.

$$\left[g = g_0 \frac{R^2}{(R+h)^2} \right] \quad g_h = 9,825 \left[\frac{6371^2}{(6371+300)^2} \right] = 8,96 \text{ m/s}^2$$

O peso a uma altitude de 300 km é, então,

$$W_h = mg_h = 50(8,96) = 448 \text{ N} \quad \text{Resp.}$$

Agora convertemos W_h para a unidade em libras

$$W_h = 448 \text{ N} \left[\frac{1 \text{ lb}}{4,4482 \text{ N}} \right] = 100,7 \text{ lb} \quad \text{Resp.}$$

DICAS ÚTEIS

- ① Nossa calculadora indica um resultado de 490,3325... newtons. Usando as regras de exibição de algarismos significativos usadas neste livro-texto, arredondamos o resultado escrito para três algarismos significativos, ou 490 newtons. Se o resultado numérico tivesse começado com o dígito 1, teríamos arredondado a resposta exibida para quatro algarismos significativos.
- ② Uma boa prática em conversão de unidades é multiplicar por um fator, como $\left[\frac{1 \text{ lb}}{4,4482 \text{ N}} \right]$, que tem o valor 1 porque o numerador e o denominador são equivalentes. Certifique-se de que o cancelamento das unidades deixa as unidades desejadas – aqui as unidades de N são canceladas, deixando as unidades desejadas de lb.
- ③ Note que estamos usando um resultado previamente calculado (110,2 lbf). Devemos ter certeza de que, quando um número calculado for necessário nos cálculos subsequentes, ele será obtido na calculadora com total precisão (110,2316...). Se necessário, os números devem ser armazenados em um registro de armazenamento da calculadora e depois retirados do registro, quando necessário. Não devemos simplesmente digitar 110,2 em nossa calculadora e proceder à divisão por 32,1740 – esta prática resultará em perda de acurácia numérica. Algumas pessoas gostam de colocar uma pequena indicação do registro de armazenamento utilizado na margem direita do papel de trabalho, diretamente ao lado do número armazenado.

EXEMPLO DE PROBLEMA 1/1 (continuação)

Como solução alternativa à parte (b), podemos usar a lei universal da gravitação de Newton. Em unidades SI,

$$\left[F = \frac{Gm_1m_2}{r^2} \right] \quad W_h = \frac{Gm_em}{(R+h)^2} = \frac{[6,673(10^{-11})][5,976(10^{24})][50]}{[(6371+300)(1000)]^2} \\ = 448 \text{ N}$$

que coincide com nosso resultado anterior. Observamos que o peso do módulo quando a uma altitude de 300 km é de cerca de 90% de seu peso no nível da superfície – *não* é sem peso. Estudaremos os efeitos desse peso sobre o movimento do módulo no Capítulo 3.

(c) O peso de um objeto (a força de atração gravitacional) não depende do movimento do objeto. Assim, as respostas para a parte (c) são as mesmas que para a parte (b).

$$W_h = 448 \text{ N} \quad \text{ou} \quad 100,7 \text{ lb} \qquad \text{Resp.}$$

Este Exemplo de Problema serviu para eliminar certas concepções errôneas comuns e persistentes. Primeiro, só porque um corpo é elevado a uma altitude típica de um ônibus espacial, ele não se torna sem peso. Isso é verdade, quer o corpo seja liberado sem velocidade em relação ao centro da Terra, esteja dentro do ônibus espacial em órbita, ou esteja em sua própria trajetória arbitrária. E em segundo lugar, a aceleração da gravidade não é zero em tais altitudes. A única maneira de reduzir tanto a aceleração da gravidade quanto o peso correspondente de um corpo a zero é levar o corpo a uma distância infinita da Terra.