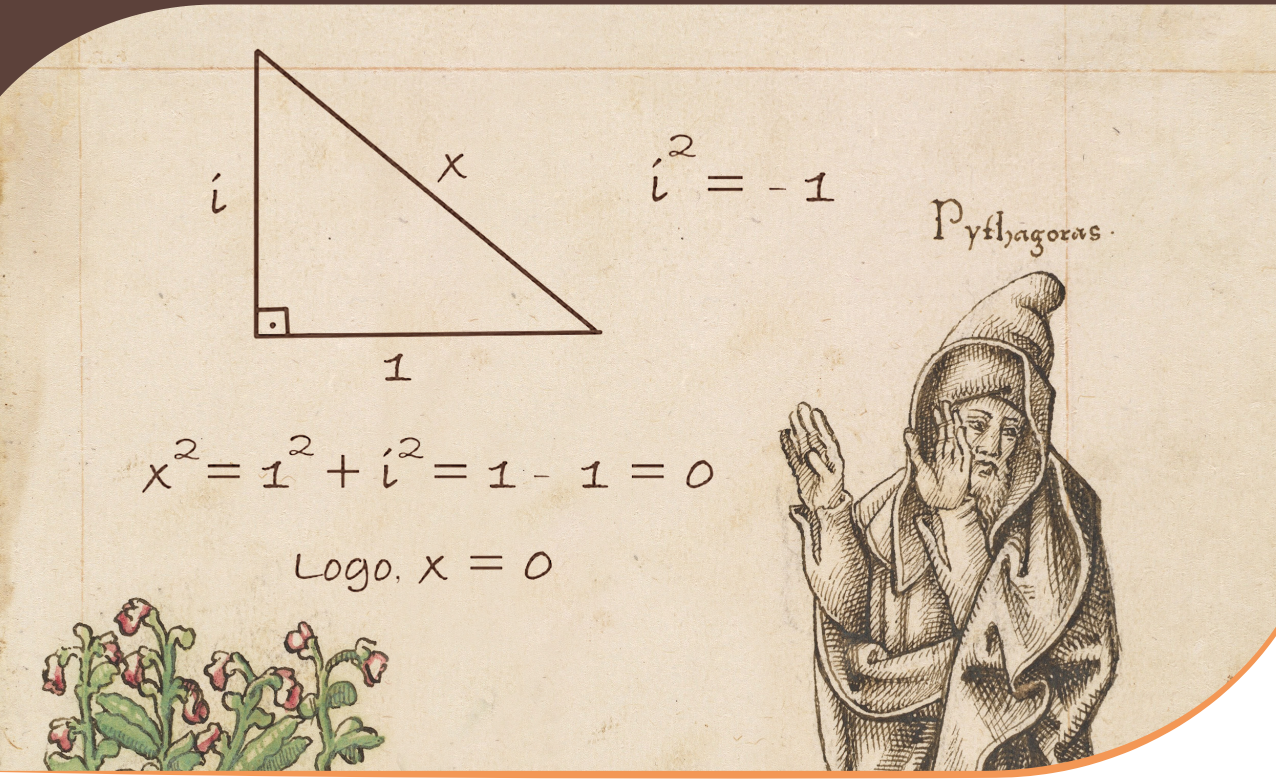
MAURÍCIO ZAHN

A MATEMÁTICA EM MEMES

Uma forma inusitada de estudar Matemática



Blucher

Maurício Zahn

A MATEMÁTICA EM MEMES

Uma forma inusitada de estudar Matemática

Revisão técnica
Lisiane Ramires Meneses

A Matemática em memes: uma forma inusitada de estudar Matemática

Editora Edgard Blücher Ltda.

Publisher Edgard Blücher
Editor Eduardo Blucher
Coordenador editorial Rafael Fulanetti
Coordenadora de produção Ana Cristina Garcia
Produção editorial Ariana Corrêa e Andressa Lira
Diagramação Horizon Soluções Editoriais
Revisão de texto Maurício Katayama
Capa Laércio Flenic
Imagem da capa adaptada de Wikimedia Commons

Blucher

Rua Pedroso Alvarenga, 1245, 4° andar
CEP 04531-934 – São Paulo – SP – Brasil
Tel.: 55 11 3078-5366
contato@blucher.com.br
www.blucher.com.br

Segundo o Novo Acordo Ortográfico, conforme 6. ed. do *Vocabulário Ortográfico da Língua Portuguesa,* Academia Brasileira de Letras, julho de 2021.

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
Heytor Diniz Teixeira CRB-8/10570

Zahn, Maurício
A matemática em memes: uma forma inusitada de estudar matemática / Maurício Zahn. – São Paulo: Blucher, 2025.
240 p. : il.

Bibliografia

ISBN 978-85-212-2572-0 (impresso)
ISBN 978-85-212-2686-4 (eletrônico - Epub)
ISBN 978-85-212-2571-3 (eletrônico - PDF)

1. Matemática. 2. Matemática – Estudo e ensino. 3. Metodologias alternativas de ensino. 4. Jogos e recreações matemáticas. 5. Ensino de matemática. 6. Matemática e memes. 7. Fundamentos da matemática. I. Título.

CDU 51

Índice para catálogo sistemático:
1. Matemática CDU 51

Conteúdo

1 Piadas “fundamentais” 15
1.1 Somando frações... Não, espere um pouco... 15
1.2 Pedindo emprestado 16
1.3 Muita areia para o caminhão 21
1.4 Métodos e resultados questionáveis 22
1.5 Desvalorização radical 24
1.6 Romeu e Julieta 25
1.7 Álgebra de Calvin 26
1.8 Simplificação nefasta 28
1.9 Maus-tratos algébricos 30
1.10 Produto “Batnotável” 32
1.11 Pequenos grandes erros I 33
1.12 Pequenos grandes erros II 35

2 Piadas de “nível médio” 39
2.1 Fantasia do Dia das Bruxas 39
2.2 Matrizes transpostas? 42
2.3 Em verdade vos digo... Funções quadráticas 43
2.4 O erro do Sargento Tainha 48
2.5 “Operador extrator” – Funções inversas 51
2.6 Propriedades emoji-logarítmicas 55
2.7 Guardiões da galáxia trigonométrica 59
2.8 Ângulos infernais 64
2.9 É apenas uma fase! 68
2.10 “Traição trigonométrica” 71
2.11 Coordenadas polares x coordenadas cartesianas 73
2.12 E agora, Pitágoras? 77
2.13 Tudo acaba em πzza 78

3 Piadas de “nível superior” 83
3.1 Indução gatemática 83
3.2 Expansão gaseificada 87
3.3 Sopa de Fibonacci 91
3.4 Produto estulto de matrizes 94
3.5 O dilema do sistema 98
3.6 Base do dragão 101
3.7 Casamento entre primos 104
3.8 Teoria “capilar” dos conjuntos 108
3.9 Cantor cantor? 112

3.10 Em menor número 116
3.11 A crise dos racionais 125
3.12 O que o Kiko quer? 132
3.13 Corrida gradiente 136
3.14 "Fome" de conhecimento 141
3.15 No limite (do erro!) 143
3.16 Star Wars diferencial 147
3.17 Reino exponencialmente forjado 151
3.18 Deliradas, ops... derivadas! 153
3.19 Batalha dos animais 161
3.20 "Que sorte!" – O teorema fundamental do cálculo 170
3.21 O enlatado enlatado 175
3.22 Uma integral, várias respostas? 177
3.23 Festa das funções 182
3.24 O desespero do Superman 184
3.25 Esqueceram de mim 186
3.26 Conversa complexa 190

Referências **195**

Apêndice A: Resolução de alguns exercícios **197**

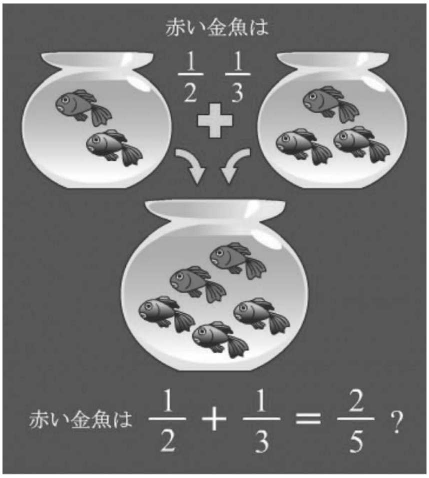
Índice remissivo **233**

CAPÍTULO 1

Piadas "fundamentais"

1.1 SOMANDO FRAÇÕES... NÃO, ESPERE UM POUCO...

Observe a ilustração abaixo com atenção, extraída do site "math-fail.com".



Sem dúvida a soma acima está incorreta, pois a ilustração representaria de fato uma soma, mas de inteiros ou de frações com mesmo denominador; não de frações com denominadores diferentes como a mesma "sugere". Pois, para somar frações de denominadores diferentes, para as frações poderem "conversar" deverão ser convertidas para um mesmo denominador comum. Como está na ilustração, o erro seria equivalente a, por exemplo, somar 1 centímetro com 1 metro e obter 2 (dois o quê?) O que se deve fazer, neste caso, é escrever:

$$1\,cm + 1\,m = 1\,cm + 100\,cm = 101\,cm,$$

ou seja, convertemos metro para centímetros (por exemplo), para poder efetuar a soma. Assim, no "exemplo" da ilustração, o que deveria ser feito (esqueça dos aquários e dos peixes, eles serviram apenas para gerar a confusão) para somar

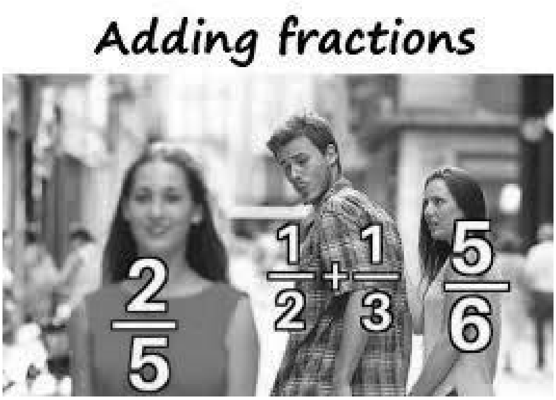
$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3},$$

seria multiplicar numerador e denominador da fração $\frac{1}{2}$ por 3 e multiplicar numerador e denominador da fração $\frac{1}{3}$ por 2, pois neste caso o denominador de ambas as frações ficará *comum*, no caso 6:

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{3}=\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{3}+\frac{1}{3}\cdot\frac{2}{2}=\frac{3}{6}+\frac{2}{6}=\frac{5}{6},$$

a resposta certa para a soma $\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{3}$.

Um outro "meme" que circula bastante pela internet, referente ao problema acima, é a seguinte "tentação":



Exercícios

1. Efetue:

(a) $\dfrac{2}{3}+\dfrac{3}{5}$ (b) $\dfrac{1}{3}-\dfrac{3}{4}+1$ (c) $\dfrac{3}{2}+\dfrac{1}{5}-\dfrac{2}{3}$

1.2 PEDINDO EMPRESTADO

O seguinte meme foi extraído do site "mundoacademy.com", onde temos um personagem que tem que resolver a seguinte operação: $18-9$, que consiste em uma conta extremamente simples, de resultado 9, mas que pode causar certa confusão quando o estudante vê isso pela primeira vez nas séries iniciais.

A ideia do problema é observar que 18 é decomposto em $10 + 8$, uma dezena e oito unidades. Temos de tirar 9 unidades, e, se montarmos a conta, como não se pode subtarir 8 de 9, o 8 deve “pedir emprestado” da dezena o 1, que, no caso, pede emprestado, na verdade, 10, o qual, somado com 8, resulta em 18, para subtrair de 9, ou seja, o “empréstimo” não ajudou em nada, deixando o pobre personagem em estado de desespero.

De fato, essa é uma conta que o estudante deve saber fazer direto, sem pedir “empréstimos” do dígito seguinte.

Vejamos um outro exemplo, onde a regra do “empréstimo” se aplique de fato. Considere calcular $537 - 359$. Neste caso, se montarmos a conta,

$$\begin{array}{r} 537 \\ -\underline{359} \end{array}$$

de início, deveríamos subtrair 7 de 9, o que não é possível, e dessa forma, como

$$537 = 500 + 30 + 7$$

e

$$359 = 300 + 50 + 9,$$

ao pedir emprestado 1 do 3 (na verdade 10 de 30), teremos

$$537 = 500 + (20 + 10) + 7 = 500 + 20 + 17 = 520 + 17,$$

e então $17 - 9 = 8$ unidades.

Em seguida, deveremos, olhando os dígitos das dezenas, fazer $2-5$ (na verdade, $20-50$, pois são dígitos das dezenas), o que não dá para subtrair, e então, do que ainda não operamos, temos

$$520 = 500 + 20 = (400 + 100) + 20 = 400 + 120,$$

e então faremos $120 - 50 = 70$, ou seja, 7 dezenas.

Por fim, subtraindo as centenas restantes,

$$400 - 300 = 100,$$

ou seja, uma centena. Dessa forma, a diferença $537 - 359$ resulta em 1 centena, 7 dezenas e 8 unidades, ou seja, em 178. De forma prática, se escreve:

$$\begin{array}{r} 5\,\cancel{3}^{2}\,{}^{1}7 \\ -\;3\;5\;9 \\ \hline 8 \end{array},$$

ou seja, 7 pediu emprestado 1 do 3, e fez-se $17 - 9 = 8$, para o dígito da unidade.

Depois, para a dezena, fazemos

$$\begin{array}{r} \cancel{5}^{4}\,{}^{1}2\,7 \\ -\;3\;5\;9 \\ \hline 7\;8 \end{array}$$

ou seja, para subtrair as dezenas, temos $2 - 5$, sendo que o 2 pede 1 emprestado ao 5 (de fato, está pedindo 100 emprestado do 500, e então faz-se $12 - 5 = 7$, o que, na realidade é $120 - 50 = 70$).

Por, fim, subtraindo as centenas restantes, obtemos

$$\begin{array}{r} 4\;{}^{1}2\;7 \\ -\;3\;5\;9 \\ \hline 1\;7\;8 \end{array}$$

ou seja,

$$\begin{array}{r} 5\;3\;7 \\ -\;3\;5\;9 \\ \hline 1\;7\;8 \end{array}$$

De forma geral, um número inteiro positivo a é denotado por

$$a = a_k \ldots a_3 a_2 a_1 a_0,$$

onde $a_j \in \{0, 1, 2, \ldots, 9\}$ são os dígitos do número a. Por exemplo, se tivermos $a = 5047$, então temos os dígitos

- $a_0 = 7$ (unidade)
- $a_1 = 4$ (dezena)
- $a_2 = 0$ (centena)
- $a_3 = 5$ (milhar)

Um número inteiro positivo, dessa forma, pode ser decomposto em *potências de base dez*, como segue:

$$a = a_k ... a_3 a_2 a_1 a_0 = a_0 + a_1 \cdot 10 + a_2 \cdot 10^2 + a_3 \cdot 10^3 + ... + a_k \cdot 10^k.$$

Assim, por exemplo, temos

$$a = 5047 = 7 + 4 \cdot 10 + 0 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10^3.$$

Assim, para efetuar uma diferença $a-b$, onde $a = a_k ... a_2 a_1 a_0$ e $b = b_k ... b_2 b_1 b_0$, escrevemos

$$a - b = a_0 + a_1 \cdot 10 + a_2 \cdot 10^2 + a_3 \cdot 10^3 + ... + a_k \cdot 10^k - b_0 - b_1 \cdot 10 - b_2 \cdot 10^2 - ... - b_k \cdot 10^k,$$

o que, agrupando nas mesmas potências, resulta em

$$a - b = a_0 - b_0 + (a_1 - b_1) \cdot 10 + (a_2 - b_2) \cdot 10^2 + ... + (a_k - b_k) \cdot 10^k.$$

No entanto, as diferenças entre os parênteses devem ser positivas, pois representam dígitos do resultado da diferença entre a e b. Por essa razão, deve-se averiguar que, para cada posição j entre 0 e k:

(i) se $a_j \geq b_j$, então faz-se realmente a diferença $a_j - b_j$;

(ii) se $a_j < b_j$, então toma-se $1a_j = 10 + a_j$ e faz-se $1a_j - b_j$, e neste caso o dígito a_{j+1} torna-se $a_{j+1} = a_j - 1$ (ou seja, o dígito mais à esquerda, que é a_{j+1}, emprestou 1 para o dígito a_j)

Com esse algoritmo, retornemos ao exemplo anterior, para resolvê-lo usando a forma geral:

$$537 - 359 = 7 + 3 \cdot 10^1 + 5 \cdot 10^2 - 9 - 5 \cdot 10^1 - 3 \cdot 10^2 =$$
$$= 7 + (1 + 2) \cdot 10^1 + 5 \cdot 10^2 - 9 - 5 \cdot 10^1 - 3 \cdot 10^2 =$$

$$
\begin{aligned}
&= (7+10) + 2\cdot 10^1 + 5\cdot 10^2 - 9 - 5\cdot 10^1 - 3\cdot 10^2 = \\
&= (17-9) + 2\cdot 10^1 + 5\cdot 10^2 = 5\cdot 10^1 - 3\cdot 10^2 = \\
&= 8 + 2\cdot 10^1 + (1+4)\cdot 10^2 - 5\cdot 10^1 - 3\cdot 10^2 = \\
&= 8 + 2\cdot 10^1 + 10\cdot 10^1 + 4\cdot 10^2 - 5\cdot 10^1 - 3\cdot 10^2 = \\
&= 8 + (12-5)\cdot 10^1 + 4\cdot 10^2 - 3\cdot 10^2 = \\
&= 8 + 7\cdot 10^1 + (4-3)\cdot 10^2 = \\
&= 8 + 7\cdot 10^1 + 1\cdot 10^2 = 178.
\end{aligned}
$$

Exercícios

1. Efetue as operações abaixo de duas formas: Efetuando a diferença montando a conta, como feito no início; e decompondo os números em potência de base dez e usando o algoritmo estabelecido no texto.

   (a) $807 - 349$ (b) $6094 - 887$ (c) $77777 - 59999$

2. Um computador trabalha internamente apenas com adições. Logo, para executar, por exemplo, uma diferença entre a e b, ou seja $a-b$, ele soma a com o complemento[a] de b. Por exemplo, se $a = 74$ e $b = 26$, então $a - b = 54 - 26$, mas o computador "pensa" assim:

$$54 - 26 \longrightarrow 54 + 74 = 128,$$

   e depois "despreza" o "1", chegando ao resultado 28. Mostre genericamente que isso de fato sempre é possível.

3. Seja o número n, no sistema de base dez, formado por um número par de dígitos, e alternadamente por apenas dois dígitos, isto é, $n = xyxyxy\cdots xy$. Trocando a ordem xy por yx, formamos um novo número p com a mesma quantidade de dígitos, ou seja, $p = yxyx\cdots yx$. Prove que $n+p$ é múltiplo de $x+y$ e dê exemplos. O que resulta $\frac{n+p}{x+y}$?

[a] O complemento de um número é o quanto falta para ele chegar à unidade de seu peso. Por exemplo, o complemento de 30 é 70, pois $30 + 70 = 100$; já o complemento de 476 será 524, pois $476 + 524 = 1000$.

1.3 MUITA AREIA PARA O CAMINHÃO

Observe o meme abaixo, extraído do Facebook, do grupo “Memes matemáticos”.

Nesse meme, o personagem que representa o número 64 está “flertando” a personagem 2^{2^3}. No entanto, aparece um terceiro personagem, o 256, que barra o 64, pois ela seria “muita areia para o caminhão dele”, como se costuma dizer.

Analisemos a situação. De fato, se tivéssemos $(2^2)^3$, então

$$(2^2)^3 = (4)^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64,$$

e estaria tudo bem. No entanto, $2^{2^3} \neq (2^2)^3$, pois 2^{2^3} é 2 elevado à potência 2^3, ou seja, $2^8 = 256$.

Por isso o outro personagem, o 256, apareceu na história, pois

$$2^{2^3} = 2^8 = 256,$$

ou seja, o uso de parênteses, principalmente em potências, não é um mero capricho de escrita, ele estabelece uma hirarquia nas operações, fazendo toda a diferença!

Exercícios

1. *Efetue as operações abaixo, comparando-as:

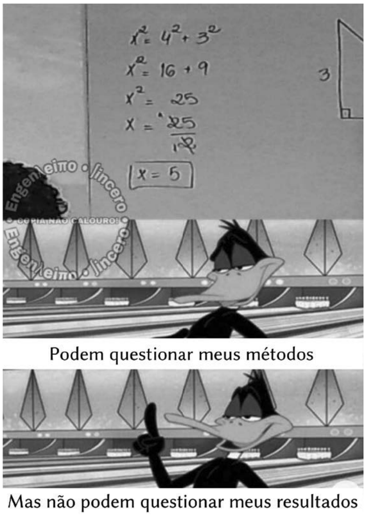
(a) 2^{3^2} e $(2^3)^2$.

(b) $2^{2^{3^2}}$ e $\left((2^2)^3\right)^2$ e $(2^2)^{3^2}$.

(c) $3^{(-1)^2}$ e $(3^{-1})^2$ e 3^{-1^2}.

1.4 MÉTODOS E RESULTADOS QUESTIONÁVEIS

O meme a seguir foi extraído de uma página do Facebook, do grupo intitulado "Engenheiro sincero".



Nesse meme, vemos o personagem Patolino, do Universo Looney Tunes, dizendo: *"Podem questionar os meus métodos, mas não podem questionar meus resultados"*, após fazer uma "simplificação" que não existe, de uma resolução de um problema envolvendo obter a medida da hipotenusa de um triângulo retângulo de catetos 4 e 3.

De fato, a medida da hipotenusa será realmente 5, pois a solução correta será

$$x^2 = 4^2 + 3^2 \Rightarrow x^2 = 25 \Rightarrow x = \sqrt{25} = \sqrt{5^2} = 5.$$

Porém, o que se fez foi a "simplificação": sendo $x^2 = 25$, por alguma "razão", o Patolino resolveu dividir 25 pelo expoente 2 da potência, obtendo

$$x = \frac{25}{2},$$

e, não contente com isso, ele ainda simplifica o que não é simplificável, ou seja, faz

$$x = \frac{25}{2} = \frac{\cancel{2}5}{\cancel{2}} = 5,$$

ou seja, são dois erros realmente inacreditáveis em um cálculo só. O resultado final só "deu certo" por uma feliz coincidência numérica e nada mais do que isso. Ou seja, se o Patolino tentou fugir aqui de extrair raízes, ele vai se dar mal na próxima vez, com certeza! Então, tanto o método quanto o resultado do Patolino... ambos são questionáveis!

Aliás, se no final do problema tivéssemos $x^2 = 24$, seguindo o mesmo "raciocínio" do Patolino, encontraríamos

$$x = \frac{24}{2} = \frac{\cancel{2}4}{\cancel{2}} = 4,$$

o que não tem sentido, visto que o correto seria:

$$x^2 = 24 \Rightarrow x = \sqrt{24} = \sqrt{6 \cdot 4} = \sqrt{2 \cdot 3 \cdot 2^2} = 2\sqrt{6}.$$

Ou seja, para extrair (ou simplificar) raízes a ideia é decompor o radicando em fatores primos e ir agrupando em potências adequadamente: se for raiz quadrada, agrupamos em potências de 2, se for raiz cúbica, agruparemos em potências de 3, e assim por diante. Vejamos outros exemplos: para simplificar os radiais de $\sqrt{50}$, $\sqrt{124}$ e $\sqrt[3]{162}$ escrevemos

$$\sqrt{50} = \sqrt{2 \cdot 5^2} = 5\sqrt{2};$$
$$\sqrt{124} = \sqrt{2^2 \cdot 31} = 2\sqrt{31};$$
$$\sqrt[3]{162} = \sqrt[3]{3^3 \cdot 3 \cdot 2} = 3\sqrt[3]{6}.$$

Exercícios

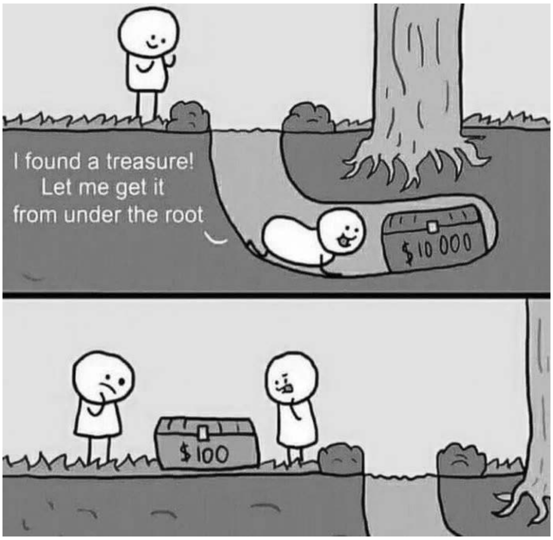
1. *Simplifique os radicais a seguir:

   (a) $\sqrt{18}$ (b) $\sqrt[4]{48}$ (c) $\sqrt[3]{1080}$

2. *Efetue: $\sqrt{18} + \sqrt{50}$.

1.5 DESVALORIZAÇÃO RADICAL

O meme abaixo foi extraído do site “pt.memedroid.com”, e serve como mais uma explicação para o estudo de radicais, como fizemos no meme anterior, do Patolino.



Nele, temos dois personagens, e um deles encontra um tesouro enterrado embaixo de uma árvore, o que seria equivalente a 10000 dólares. Feliz pelo achado, após a escavação, o personagem explorador comenta ao seu parceiro: *“Encontrei um tesouro! Deixe-me extraí-lo da raiz.”* No entanto, aos desenterrar, observam que o tesouro agora valia 100 dólares, uma verdadeira “desvalorização radical”. Isto se deve à questão de que o sujeito extraiu a raiz (no caso, quadrada) de 10000, ou seja,

$$\sqrt{10000} = 100,$$

pois $100^2 = 10000$.

O humor da tira se deve à analogia da palavra “raiz” do estudo de radicais, como extração de raízes quadradas, cúbicas etc. com a “raiz” de uma árvore, além da analogia de extração no sentido matemático – de se obter raízes de númeors positivos –, confrontando com a extração no sentido de retirar alguma coisa de algum lugar, como na ilustração, onde se extraiu um baú do solo.

Voltando ao meme, se quisermos fatorar o radical, teremos a seguinte decomposição, com o intuito de deixar decomposto em potências de 2, para efeturamos simplificação com o radical (neste caso não foi preciso decompor em fatores primos pela natureza do número oferecido):

$$\sqrt{10000} = \sqrt{10^4} = \sqrt{(10^2)^2} = 10^2 = 100.$$

O curioso que se deve observar consiste no fato de que, se o baú estivesse enterrado com centavos (ou seja, um valor menor do que 1, positivo), teríamos uma valorização ao extrair a raiz quadrada. Por exemplo, se tivermos, inicialmente, $0,25$ (25 centavos), ao desenterrá-lo teremos 50 centavos, pois

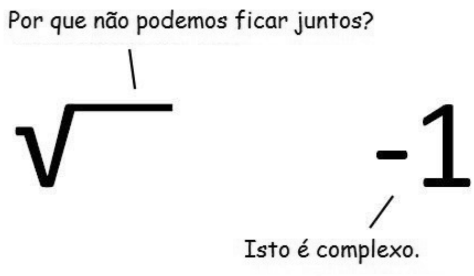
$$\sqrt{0,25} = \sqrt{\frac{25}{100}} = \sqrt{\left(\frac{5}{10}\right)^2} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2} = 0,5.$$

Exercícios

1. *Extraia a raiz quadrada de cada item a seguir:

   (a) $\sqrt{0,01}$ (b) $\sqrt{10^{-10}}$ (c) $\sqrt{0,0625}$

1.6 ROMEU E JULIETA



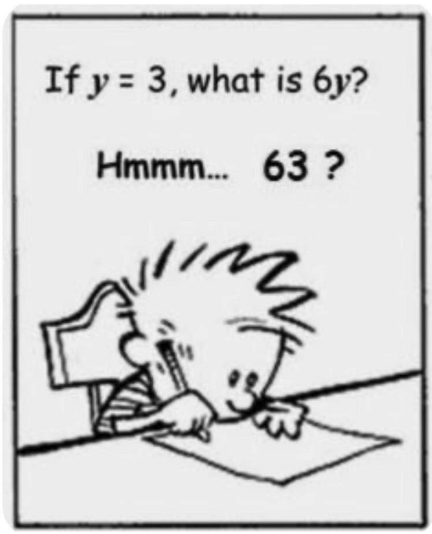
A charge acima, extraída do site "waldexifba.wordpress.com", retrata uma relação impossível de acontecer, pelo menos no conjunto dos números reais: não existe, em reais, raízes quadradas de números negativos. Ou seja, o símbolo $\sqrt{-1}$ não tem sentido em reais. Pois, dado $a \geq 0$, dizemos que $b \in \mathbb{R}$ é a raiz quadrada de a, e escrevemos, $b = \sqrt{a}$ se, e somente se, $b^2 = a$. Por exemplo, $\sqrt{36} = \pm 6$, pois $(\pm 6)^2 = 36$.

Assim, para "determinar"$\sqrt{-1}$, deveríamos perguntar: qual o número real b no qual $b^2 = -1$? Obviamente, não existe número real tal que seu quadrado resulte em um número negativo.

Raízes quadradas de números negativos terão sentido quando se estudar a teoria dos *números complexos*, assunto que é comumente introduzido no ensino médio. Ou seja, para o ensino fundamental isso realmente é um problema *complexo*.

1.7 ÁLGEBRA DE CALVIN

O meme a seguir foi extraído do Pinterest.



Nele, o personagem Calvin se depara com um simples problema de valor numérico: Qual é o valor de $6y$ para $y = 3$?

Obviamente, chamando $x = 6y$, quando $y = 3$, teremos

$$x = 6 \cdot 3 = 18,$$

um cálculo extremamente simples. Porém, Calvin confunde-se em pensar que o problema fosse simplesmente substituir o y por 3, obtendo assim

$$x = 6y = 63 \qquad (\text{ pois } y = 3\,),$$

o que está errado, visto que $6y$ não é “sessenta e y”, pois y não é necessariamente um dígito de 0 a 9, mas “seis vezes o valor de y”, onde $y \in \mathbb{R}$.

A isto chamamos de **valor numérico de uma expressão algébrica**. Vejamos, para ilustrar melhor, um outro exemplo:

Exemplo. Calcule o valor numérico da expressão $M = \dfrac{3xy^2 - b}{x - y}$, para $x = 2$, $y = -1$ e $b = 4$.

Solução. Substituindo os valores numéricos dados, vamos obter

$$M = \frac{3 \cdot (2) \cdot (-1)^2 - 4}{2 - (-1)} = \frac{6 \cdot (1) - 4}{2 + 1} = \frac{2}{3}.$$

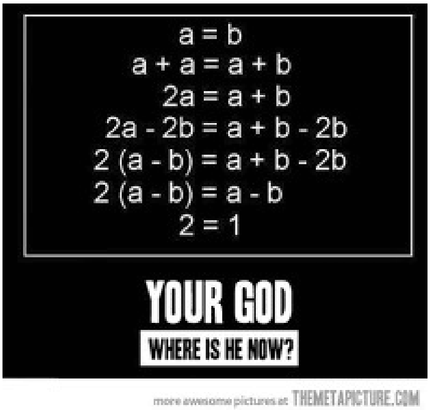
Talvez este exemplo, um pouco mais elaborado, seja menos confuso e mais elucidativo para o Calvin entender o que estava calculando.

Exercícios

1. *Calcule o valor numérico das seguintes expressões algébricas:
   (a) $P = \dfrac{x + y}{x - y}$, para $x = \dfrac{1}{3}$ e $y = -\dfrac{1}{2}$
   (b) $W = \dfrac{x^2y^3 - z}{x\sqrt{z} + 3y}$, para $x = 2$, $y = -2$ e $z = 4$
   (c) $M = x^y - y^x$, para $x = 3$ e $y = 2$
2. Se a medida do volume de um cone reto é dado por $V = \dfrac{\pi R^2 h}{3}$, onde R é a medida do raio do cone e h a medida da altura, qual é o volume de um cone que possui 4 cm de raio e 6 cm de altura?

1.8 SIMPLIFICAÇÃO NEFASTA

Observe com atenção o meme a seguir



O autor do meme acima conclui em seu algebrismo que 2 = 1 e ainda nos provoca escrevendo: *"Seu Deus, onde ele está agora?"* Bom, para início de conversa, *Deus está no meio de nós*, e a simplicação nefasta feita acima ou é obra do maligno ou de algum pobre desavisado que se esqueceu de uma importante jaculatória que deve ser repetidamente rezada no ensino fundamental: *não se pode dividir por zero!*

De fato, ao examinar o algebrismo acima, vemos que a primeira linha está boa, ele apenas nos disse que $a = b$. Na segunda linha, somou a em ambos os membros da igualdade anterior, encontrando $a + a = a + b$, e, como $a + a = 2a$ (um número somado com ele mesmo é igual ao seu dobro), segue a veracidade da terceira linha, ou seja, $2a = a + b$ também é verdadeiro.

Depois, subtraindo 2b em ambos os membros dessa última igualdade também segue que $2a - 2b = a + b - 2b$, e ainda, pondo o 2 em evidência na expressão à esquerda da igualdade, segue que

$$2(a - b) = a + b - 2b,$$

ou melhor,

$$2(a - b) = a - b.$$

Até aqui, temos a benção de Nosso Senhor. O problema acontece quando pensamos, neste caso: *Bom, podemos “cortar” (simplificar, na verdade, pois não temos tesouras matemáticas para “cortar” expressões) o fator* $a - b$ *em ambos os lados da igualdade, do mesmo modo que faríamos, por exemplo, a simplificação*

$$x \cdot y = y \Rightarrow x \cdot \cancel{y} = \cancel{y} \Rightarrow x = 1.$$

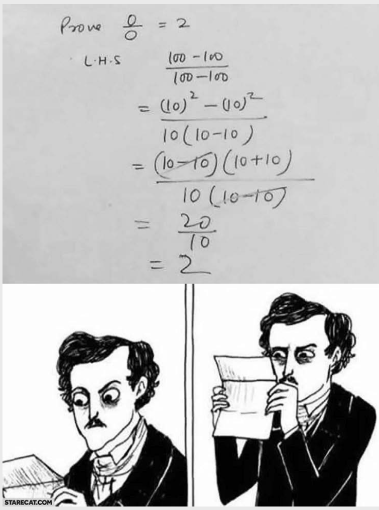
Mas isso deve ser feito com muito cuidado, pois se y for zero estaremos dividindo por zero, o que dá inconsistência!

E foi justamente o que aconteceu no meme dado, pois de $2(a - b) = a - b$, realmente dividindo ambos os membros por $a - b$ “encontraríamos” $2 = 1$, no entanto, sendo $a = b$ (veja a primeira “inocente” linha), temos que $a - b = 0$, ou seja, o absurdo de “concluir” que $2 = 1$ foi devido a dividir por zero.

Por isso devemos tomar muito cuidado ao efetuar simplificações, para não cairmos na armadilha do pernicioso. Vamos deixar aqui alguns exercícios.

Exercícios

1. Observe o meme abaixo, extraído do site “starecat.com”, que “prova” que $\frac{0}{0} = 2$:



Qual foi a passagem nefasta neste caso? (A abreviatura L.H.S significa a *parte esquerda* da igualdade).

2. Nos cálculos abaixo, identifique o erro cometido, justificando a veracidade ou não de cada passagem feita:

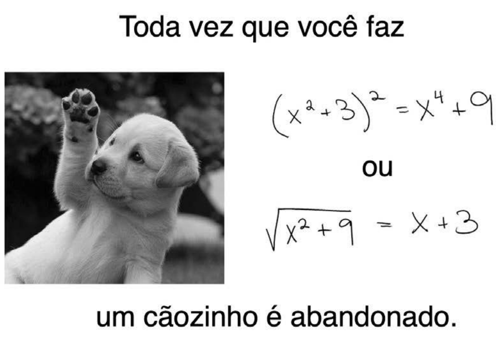
   Seja $x = 1$*. Multiplicando essa igualdade por* x*, obtemos* $x = x^2$*. Subtraindo* 1*, vem* $x-1 = x^2-1$*. Dividindo ambos os membros dessa última igualdade por* $x-1$*, vamos obter*

   $$\frac{x-1}{x-1} = \frac{x^2-1}{x-1} = \frac{(x+1)(x-1)}{x-1},$$

   o que, simplificando, segue que $1 = x+1$*. Lembrando que* $x = 1$*, segue que* $1 = 1+1$*, ou seja,* $1 = 2$*.*

1.9 MAUS-TRATOS ALGÉBRICOS

Observe nosso apelo:



Esse é um "meme" que circulou muito pela internet e fizemos uma tradução "mais leve" com respeito ao destino do pobre cãozinho. De fato, erros algébricos desse tipo, infelizmente, são comuns entre os estudantes. O primeiro erro é crucial: parece que esqueceram das regras básicas dos produtos notáveis, chamadas de trinômios quadrados perfeitos:

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \quad \text{e} \quad (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2.$$

Isso é crucial, pois, mesmo que você não lembre o desenvolvimento de $(a+b)^2$, deve ao menos lembrar do produto, ou seja, bastava observar que

$$(a+b)^2 = (a+b)(a+b) = a(a+b) + b(a+b) = a^2 + ab + ba + b^2 = a^2 + 2ab + b^2.$$

O mesmo pode ser feito para $(a-b)^2$ e deixamos para você se divertir.

Dessa forma, para dar um destino melhor ao pobre cãozinho, vamos desenvolver corretamente o quadrado ali apresentado:

$$(x^2+3)^2 = (x^2)^2 + 2 \cdot x^2 \cdot 3 + (3)^2 = x^4 + 6x + 9.$$

Já a “igualdade” com radical dada não é possível. Lembramos que raízes quadradas, na verdade, são potências de expoente $\frac{1}{2}$. Assim, por exemplo,

$$\sqrt{9} = (9)^{\frac{1}{2}} = \left((\pm 3)^2\right)^{\frac{1}{2}} = \pm 3.$$

Se tivéssemos, por exemplo, $\sqrt{4x^2 - 12x + 9}$, poderíamos fazer uma simplificação como segue:

$$\sqrt{4x^2 - 12x + 9} = \sqrt{(2x-3)^2} = \left((2x-3)^2\right)^{\frac{1}{2}} = 2x - 3,$$

ou seja, se tivermos um *quadrado perfeito* podemos proceder algum tipo de simplicação, muito provavelmente, tal como fizemos acima, que foi identificar um produto notável.

Pedimos para você não abandonar o cãozinho, e, para ajudá-lo, colocamos alguns exercícios para praticar e relembrar.

Exercícios

1. *Desenvolva os seguintes produtos:

   (a) $(x-2y)^2$
   (b) $(\sqrt{x} + \sqrt{y})^2$
   (c) $(x^2y - 2y^3)^2$
   (d) $(2\sqrt{x} + x\sqrt{y})^2$

2. *Escreva cada expressão como um quadrado perfeito.

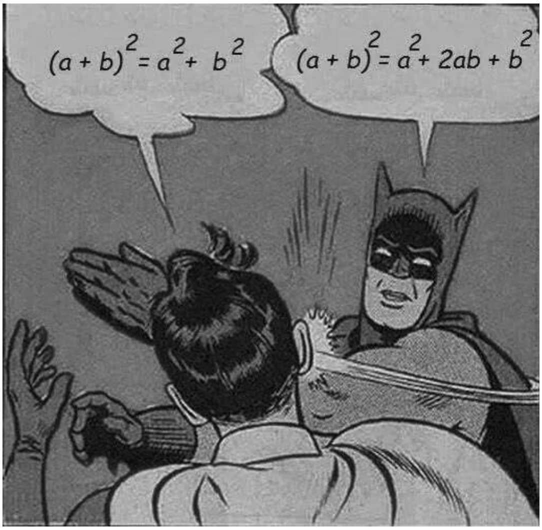
   (a) $9y^6 + 6x^2y^3 + x^4$
   (b) $x - 2y\sqrt{x} + y^2$

3. *Simplifique a expressão:

(a) $\sqrt{x^2y^4 + 2xy^6 + y^8}$ (b) $\sqrt{x + 2\sqrt{x}\sqrt{y} + y}$

1.10 PRODUTO "BATNOTÁVEL"

O meme a seguir é um verdadeiro clássico: Robin levando um tapa do Batman. Esta imagem já foi transformada em muitos memes, e um deles é o que apresentamos aqui, extraído do site "granitegeek.concordmonitor.com": o cavaleiro das trevas dando uma dura correção ao fatídico erro matemático pronunciado pelo Robin.

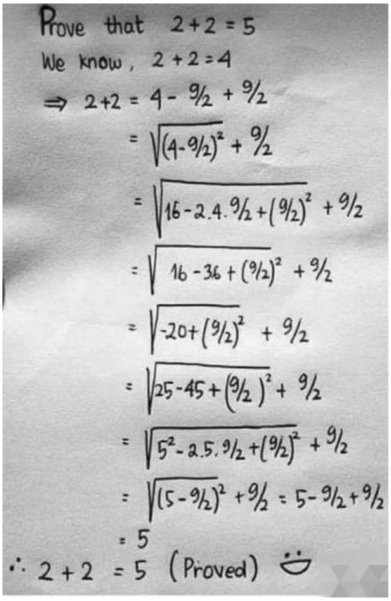


Novamente, do mesmo modo que o meme anterior, do cãozinho abandonado, temos mais um meme brincando com o erro comum do produto notável $(a + b)^2$, o erro onde sempre acabam esquecendo o duplo produto misto $2ab$.

Naturalmente, a "batcorreção" feita pelo Batman o Robin jamais esquecerá. Todavia, recomendamos um ensinamento bem menos "agressivo" do que este, para não traumatizarmos nenhum aluno.

1.11 PEQUENOS GRANDES ERROS I

O seguinte meme foi extraído do Pinterest.



Neste meme temos um cálculo que “prova” que $2 + 2 = 5$.

Embora o cálculo pareça engenhoso e até mesmo elegante, de um certo modo, ele está errado desde o início. Vejamos:

$$2 + 2 = 4 - \frac{9}{2} + \frac{9}{2},$$

que está correto, pois apenas subtraiu e somou $\frac{9}{2}$, ou seja, adicionou com zero. Depois, o autor considerou:

$$4 - \frac{9}{2} + \frac{9}{2} = \left(4 - \frac{9}{2}\right) + \frac{9}{2} = \sqrt{\left(4 - \frac{9}{2}\right)^2} + \frac{9}{2}.$$

No entanto, a última igualdade está errada, e para perceber isso precisamos notar que

$$4 - \frac{9}{2} = 4 - 4,5 = -0,5 < 0,$$

e $\sqrt{a^2} = a$ só tem sentido (real) se $a \geq 0$, o que não é o caso.

Este é o erro de cálculo que temos, o qual, diga-se de passagem, foi um “erro inteligente”, pois o autor procurou mascará-lo propositalmente, com o intuito de chegar à falsa igualdade desejada. Todo o resto “se conclui” baseado nesse erro, e, portanto, embora sendo “engenhoso”, não tem valor.

Convém notar que, no meio do desenvolvimento, o autor usou o seguinte recurso, que está correto:

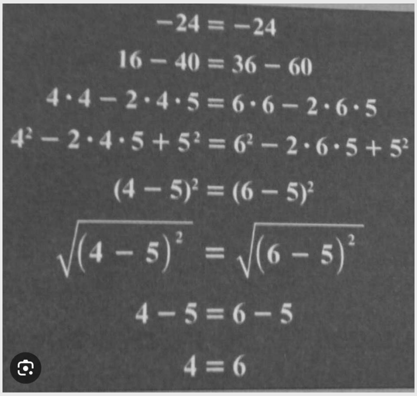
$$\sqrt{-20+\left(\frac{9}{2}\right)^2} = \sqrt{25-45+\left(\frac{9}{2}\right)^2} = \sqrt{(5)^2-2\cdot 5\cdot\frac{9}{2}+\left(\frac{9}{2}\right)^2} =$$

$$= \sqrt{\left(5-\frac{9}{2}\right)^2} = 5-\frac{9}{2},$$

e estas igualdades estão corretas, pois $5-\frac{9}{2} > 0$, além de recorrer ao produto notável $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$. E, para não esquecer disso, lembre-se da batcorreção que Robin recebeu do Batman na seção anterior!

Exercícios

1. *Observe o meme abaixo, extraído do site “brainly.com.br”, e explique onde está o erro matemático que produz o absurdo.



Quem já não se deparou com algum meme matemático, ao "passear pela internet"? Alguns engraçados e outros nem tanto... Mas será que, olhando com bastante atenção, não existe por trás desses memes algum aprendizado interessante, ou até surpreendente, relacionado à Matemática?

Este livro convida o leitor a explorar diversos tópicos fundamentais da Matemática – conteúdos que vão do ensino básico ao ensino superior – de forma leve, divertida e descontraída. Cada meme serve como ponto de partida para uma apresentação cuidadosa, que combina humor com elegância e rigor matemático, tornando a jornada pelo mundo dos números envolvente e instigante.

ISBN 978-85-212-2572-0
9 788521 225720

Blucher
www.blucher.com.br